



İSTANBUL OKAN ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
MÜHENDİSLİK TEMEL BİLİMLERİ BÖLÜMÜ

30/12/2019, 14:00

MAT117 Mimarlar İçin Matematik – Final Sınavı

A. Özer

ADI:

SOYADI:

ÖĞRENCİ NO:

İMZA:

süre: **90** dk.

Lütfen 5 soruya
da cevap verin.



**Do not open the exam until you are told that you may begin.
Sınavın başladığı yüksek sesle söylenene kadar sayfayı çevirmeyin.**



1. You will have **90** minutes.
 2. The points awarded for each part, of each question, are stated next to it.
 3. All of the questions are in Turkish. You must answer in Turkish.
 4. You must show your working for all questions.
 5. This exam contains 4 pages. Check to see if any pages are missing.
 6. If you wish to leave before the end of the exam, give your exam script to an invigilator and leave the room quietly. You may not leave in the first 20 minutes, or in the final 10 minutes, of the exam.
 7. Switch your mobile phone off and seal it in the envelope provided. Do not open your envelope until the exam is finished or you have left the room.
 8. All communication between students, either verbally or non-verbally, is strictly forbidden. Students who finish early must leave the room without communicating with other students.
 9. Calculators, mobile phones and any digital means of communication are forbidden. The sharing of pens, erasers or any other item between students is forbidden.
 10. All bags, coats, books, notes, etc. must be placed away from your desks and away from the seats next to you. You may not access these during the exam. Take out everything that you will need before the exam starts.
 11. Any student found cheating or attempting to cheat will receive a mark of zero (0), and will be investigated according to the regulations of Yükseköğretim Kurumları Öğrenci Disiplin Yönetmeliği.
1. Sınav süresi toplam **90** dakikadır.
 2. Soruların her bölümünün kaç puan olduğu yanlarında belirtilmiştir.
 3. Tüm sorular Türkçe'dir. Cevaplarınızı Türkçe veriniz.
 4. Sonuca ulaşmak için yaptığınız işlemleri ayrıntılarıyla gösteriniz.
 5. Sınav 4 sayfadan oluşmaktadır. Lütfen eksik sayfa olup olmadığını kontrol edin.
 6. Sınav süresi sona ermeden sınavınızı teslim edip çıkmak isterseniz, sınav kağıdınızı gözetmenlerden birine veriniz ve sınav salonundan sessizce çıkınız. Sınavın ilk 20 dakikası ve son 10 dakikası içinde sınav salonundan çıkmamız yasaktır.
 7. Cep telefonunuzu kapatınız ve size verilen zarfın içine koyunuz. Zarfı, sınav süresi bitene kadar ya da sınav salonundan çıkana kadar açmayınız.
 8. Sınav esnasında öğrenciler arasında, sözlü ya da sözsüz, her türlü iletişim kesinlikle yasaktır. Sınavını erken bitiren öğrenciler, diğer öğrencilerle hiç bir şekilde iletişim kurmadan sessizce sınıftan çıkmalıdır.
 9. Sınav esnasında hesap makinesi, cep telefonu ve dijital bilgi alışverişi yapılan her türlü malzemelerin kullanımı ile diğer silgi, kalem, vb. alışverişlerin yapılması kesinlikle yasaktır.
 10. Çanta, palto, kitap ve ders notlarınız gibi eşyalarınız sıraların üzerinden ve yanınızdaki sandalyeden kaldırılmalıdır. Sınav süresince bu tür eşyaları kullanmanız yasaktır, bu nedenle ihtiyacınız olacak herşeyi sınav başlamadan yanınıza alınız.
 11. Her türlü sınav, ve diğer çalışmada, kopya çeken veya kopya çekme girişiminde bulunan bir öğrenci, o sınav ya da çalışmadan sıfır (0) not almış sayılır, ve o öğrenci hakkında Yükseköğretim Kurumları Öğrenci Disiplin Yönetmeliği hükümleri uyarınca disiplin kovuşturması yapılır.

1	2	3	4	5	TOPLAM
20	20	20	20	20	100

Soru 1 (Olasılık) Bir çantada 1'den 20'ye kadar numaralandırılmış 20 top bulunuyor. Torbadan rastgele iki top seçilip bu toplar üzerindeki iki sayı arasındaki fark hesaplanıyor. Örneğin, 3 ile 17 arasındaki fark $|3 - 17| = 14$.

(a). [8p] Sayılar arasındaki fark 12 olacak şekilde kaç farklı top seçilebilir?

Toplar, farkları 12 olacak şekilde: (1, 13), (2, 14), (3, 15), ..., (8, 20), (20, 8), (19, 7), (18, 6), ... ve (13, 1), yani 16 farklı şekilde seçilirler.

(b). [12p] Seçilen iki sayı arasındaki farkın 12 olmaması olasılığı nedir?

20 toptan 2 farklı top $P(20, 2) = \frac{20!}{18!} = 20 \cdot 19 = 380$ farklı şekilde seçilebilir (burada toplar numaralandığından sıra önemlidir). (a) şıkından farkları 12 olacak şekilde 16 farklı seçim yapabildiğimizi biliyoruz. Bu durumda seçilen iki topun farklarının 12 olması olasılığı

$$P(A) = \frac{16}{380} = \frac{4}{95}$$

tir.

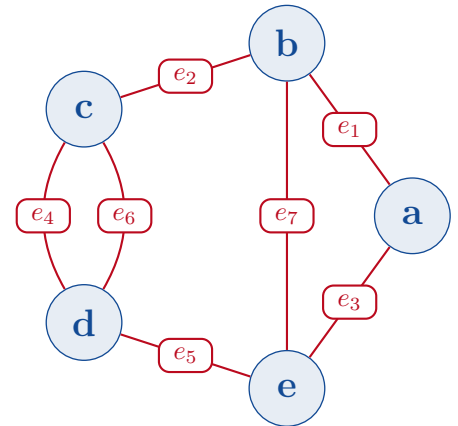
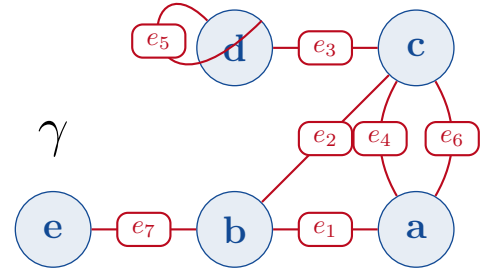
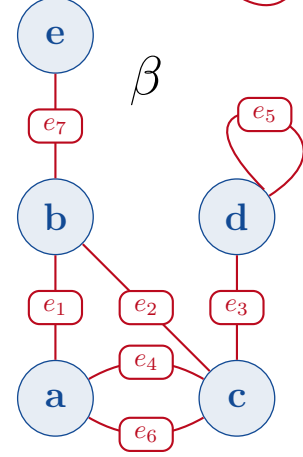
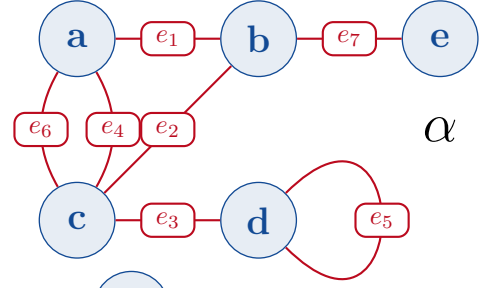
Fakat soruda seçilen iki sayının farkının 12 olmaması olasılığı sorulduğundan cevap;

$$1 - P(A) = 1 - \frac{4}{95} = \frac{91}{95}$$

tir.

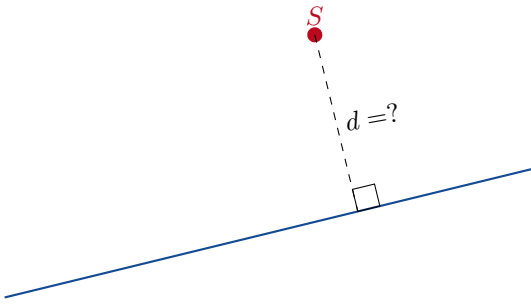
Soru 2 (Çizge Kuramı)

(a) [10p] $V = \{a, b, c, d, e\}$ ve $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$, $e_1 = (a, b)$, $e_2 = (c, b)$, $e_3 = (c, d)$, $e_4 = (a, c)$, $e_5 = (d, d)$, $e_6 = (a, c)$, $e_7 = (b, e)$ olsun. $G = (V, E)$ grafını çiziniz. [a, c ve d köşeleri aşağıda çizilmiştir. Siz b ve e 'nin yerini belirleyip grafi çizmелisiniz.]



(b) [10p] Yukarıdaki bir grafi göz önünde bulundurun. Bu grafi bir Euler izi(yolu) içeriyor mu? Eğer "evet" ise, o grafikteki bir Euler yolu örneği verin. Eğer "hayır" ise, Euler yolu içermediğini nasıl bildiğinizi açıklayın.

b, c, d ve e köşelerinin dereceleri tek olduğu için bu grafi Euler yolu içermez.



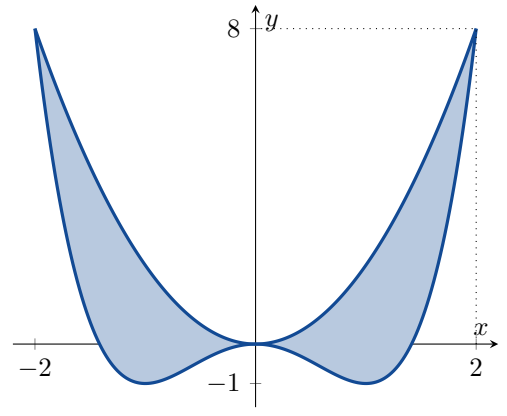
Soru 3 (Doğrular) [20p] $S(2, 3, 4)$ noktasından $x = 3 - t$, $y = 4 - t$, $z = 5 + 2t$ doğrusuna olan uzaklığı bulunuz.

$P(3, 4, 5)$ doğru üzerinde bir nokta, $\mathbf{v} = -\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ de doğru denkleminde kolaylıkla elde edilen doğruya paralel bir vektördür. $\overrightarrow{SP} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ vektörünü de elde ettikten sonra

$$\overrightarrow{SP} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 3\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$$

elde edilir ve noktanın doğruya uzaklığı aşağıdaki gibi formülden hesaplanır:

$$\begin{aligned} d &= \frac{\|\overrightarrow{SP} \times \mathbf{v}\|}{\|\mathbf{v}\|} = \frac{\sqrt{3^2 + (-3)^2}}{\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2}} \\ &= \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18}{6}} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$



Soru 4 (Kalkülüs) [20p] $y = 2x^2$ eğrisiyle $y = x^4 - 2x^2$ eğrisi arasındaki alanı $-2 \leq x \leq 2$ ise bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{toplam alan} &= \int_{-2}^2 2x^2 - (x^4 - 2x^2) dx \\ &= 2 \int_0^2 4x^2 - x^4 dx \\ &= 2 \left[\frac{4}{3}x^3 - \frac{x^5}{5} \right]_0^2 \\ &= 2 \left(\left(\frac{4}{3}(8) - \frac{32}{5} \right) - (0 - 0) \right) \\ &= \frac{128}{15}. \end{aligned}$$

Soru 5 (Kalkülüs)

(a) [7p] $\int 3x(x^2 - 99)^{100} dx$ integralini hesaplayınız.

$u = x^2 - 99$ olarak alırsak $du = \frac{du}{dx} dx = 2x dx$ veya $\frac{1}{2} du = x dx$ elde ederiz. Bunları integralde yerine yazdığımızda integral aşağıdaki gibi kolaylıkla hesaplanabilir:

$$\int 3x(x^2 - 99)^{100} dx = \frac{3}{2} \int u^{100} du = \frac{3}{2} \left(\frac{u^{101}}{101} \right) + C = \frac{3}{202} (x^2 - 99)^{101} + C.$$

(b) [7p] $y = \operatorname{cosec}(5x^2 - 3)$ ise $\frac{dy}{dx}$ 'i bulunuz.

$u = 5x^2 - 3$ olsun. O halde zincir kuralından aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = \left(\frac{d}{du} \operatorname{cosec} u \right) \left(\frac{d}{dx} (5x^2 - 3) \right) = (-\operatorname{cosec} u \cot u) (10x) = -10x \operatorname{cosec}(5x^2 - 3) \cot(5x^2 - 3)$$

(c) [6p] $f(x) = x \sin x$ ise $f''(0)$ 'i bulunuz.

$$f''(0) = 2 \cos 0 - 0 \sin 0 = 2$$