OKAN ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK-MİMARLIK FAKÜLTESİ
MÜHENDİSLİK TEMEL BİLİMLERİ BÖLÜMÜ

2015.01.06 **MAT233 Matematik III – Final Sınavı** N. Course

Adı: ÖRNEKTİR
Soyadı: SAMPLE
Öğrenci No:
İmza:

Süre: **120** dk.

Sınav sorularından **4** tanesini seçerek cevaplayınız.

Do not open the exam until you are told that you may begin.
Sınavın başladığı yüksek sesle söylenene kadar sayfayı çevirmeyin.

1. You will have **120** minutes to answer **4** questions from a choice of 5. If you choose to answer more than 4 questions, then only your best 4 answers will be counted.
2. The points awarded for each part, of each question, are stated next to it.
3. All of the questions are in English. You may answer in English or in Turkish.
4. You must show your working for all questions.
5. Write your student number on every page.
6. This exam contains 12 pages. Check to see if any pages are missing.
7. If you wish to leave before the end of the exam, give your exam script to an invigilator and leave the room quietly. You may not leave in the first 20 minutes, or in the final 10 minutes, of the exam.
8. Calculators, mobile phones and any digital means of communication are forbidden. The sharing of pens, erasers or any other item between students is forbidden.
9. All bags, coats, books, notes, etc. must be placed away from your desks and away from the seats next to you. You may not access these during the exam. Take out everything that you will need before the exam starts.
10. Any student found cheating or attempting to cheat will receive a mark of zero (0), and will be investigated according to the regulations of Yükseköğretim Kurumları Öğrenci Disiplin Yönetmeliği.

1. Sınav süresi toplam **120** dakikadır. Sınavda 5 soru sorulmuştur. Bu sorulardan **4** tanesini seçerek cevaplayınız. 4'den fazla soruyu cevaplarsanız, en yüksek puanı aldığınız 4 sorunun cevapları geçerli olacaktır.
2. Soruların her bölümünün kaç puan olduğu yanlarında belirtilmiştir.
3. Tüm sorular İngilizce'dir. Cevaplarınızı İngilizce yada Türkçe verebilirsiniz.
4. Sonuca ulaşmak için yaptığınız işlemleri ayrıntılarıyla gösteriniz.
5. Öğrenci numaranızı her sayfaya yazınız.
6. Sınav 12 sayfadan oluşmaktadır. Lütfen eksik sayfa olup olmadığını kontrol edin.
7. Sınav süresi sona ermeden sınavınızı teslim edip çıkmak isterseniz, sınav kağıdınızı gözetmenlerden birine veriniz ve sınav salonundan sessizce çıkınız. Sınavın ilk 20 dakikası ve son 10 dakikası içinde sınav salonundan çıkmanız yasaktır.
8. Sınav esnasında hesap makinesi, cep telefonu ve dijital bilgi alışverişi yapılan her türlü malzemelerin kullanımı ile diğer silgi, kalem, vb. alışverişlerin yapılması kesinlikle yasaktır.
9. Çanta, palto, kitap ve ders notlarınız gibi eşyalarınız sıraların üzerinden ve yanınızdaki sandalyeden kaldırılmalıdır. Sınav süresince bu tür eşyaları kullanmanız yasaktır, bu nedenle ihtiyacınız olacak herşeyi sınav başlamadan yanınıza alınız.
10. Her türlü sınav, ve diğer çalışmada, kopya çeken veya kopya çekme girişiminde bulunan bir öğrenci, o sınav ya da çalışmadan sıfır (0) not almış sayılır, ve o öğrenci hakkında Yükseköğretim Kurumları Öğrenci Disiplin Yönetmeliği hükümleri uyarınca disiplin kovuşturması yapılır.

1	2	3	4	5	Toplam
25	25	25	25	25	100

Formula Page

$$\cos\theta = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$$
$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$
$$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$
$$1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$
$$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$$
$$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$$
$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$
$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$$
$$\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$
$$x^2 + y^2 = r^2$$
$$x = \rho\sin\phi\cos\theta$$
$$y = \rho\sin\phi\sin\theta$$
$$z = \rho\cos\phi$$
$$\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\cos 0 = \cos 0^\circ = 1$$
$$\sin 0 = \sin 0^\circ = 0$$
$$\cos\tfrac{\pi}{4} = \cos 45^\circ = \tfrac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\sin\tfrac{\pi}{4} = \sin 45^\circ = \tfrac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\cos\tfrac{\pi}{3} = \cos 60^\circ = \tfrac{1}{2}$$
$$\sin\tfrac{\pi}{3} = \sin 60^\circ = \tfrac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos\tfrac{\pi}{2} = \cos 90^\circ = 0$$
$$\sin\tfrac{\pi}{2} = \sin 90^\circ = 1$$

$$(uv)' = uv' + u'v$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$
$$(f\circ g)'(x) = f'(g(x))\,g'(x)$$
$$\left(f^{-1}\right)'(x) = \frac{1}{f'\left(f^{-1}(x)\right)}$$
$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$
$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy'/dt}{dx/dt}$$
$$\int u\ dv = uv - \int v\ du$$
$$\frac{d}{dt}f(x(t),y(t)) = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt}$$
$$H(f) = f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2$$

$$\tfrac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$
$$\tfrac{d}{dx}\sin x = \cos x$$
$$\tfrac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$, $\int \tan x\ dx = \ln|\sec x| + C$

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\sec x = \sec x\tan x$, $\int \sec x\ dx = \ln|\sec x + \tan x| + C$

$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\cot x = -\operatorname{cosec}^2 x$, $\int \cot x\ dx = \ln|\sin x| + C$

$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\operatorname{cosec} x = -\operatorname{cosec} x\cot x$, $\int \operatorname{cosec} x\ dx = -\ln|\operatorname{cosec} x + \cot x| + C$

$$\tfrac{d}{dx}\sin^{-1}\tfrac{x}{a} = \tfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$$
$$\tfrac{d}{dx}\tan^{-1}\tfrac{x}{a} = \tfrac{a}{a^2+x^2}$$
$$\tfrac{d}{dx}\sec^{-1}\tfrac{x}{a} = \tfrac{a}{|x|\sqrt{x^2-a^2}}$$

$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\sinh x = \cosh x$

$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $\quad$ $\frac{d}{dx}\cosh x = \sinh x$

$$\tfrac{d}{dx}e^x = e^x$$
$$\tfrac{d}{dx}\log|x| = \tfrac{1}{x}$$

$$A = \int dA$$
$$dA = \frac{1}{2}r^2\ d\theta$$
$$L = \int ds$$
$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$e = \frac{c}{a} \text{ where } c = \sqrt{a^2-b^2} \text{ or } c = \sqrt{a^2+b^2}$$
$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$
$$\text{discriminant} = B^2 - 4AC$$
$$x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha$$
$$y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha$$
$$\cot 2\alpha = \frac{A-C}{B}$$

$$dA = dxdy = rdrd\theta = |J(u,v)|\,dudv$$
$$dV = dxdydz = rdrd\theta dz = \rho^2\sin\phi\ d\rho d\phi d\theta = |J(u,v,w)|\,dudvdw$$

Soru 1 (Partial Derivatives, The Chain Rule and Directional Derivatives) Suppose that

$$w = x^2 + \frac{y}{x}$$

where

$$x = u - 2v + 1 \qquad \text{and} \qquad y = 2u + v - 2.$$

(a) [12p] **Use the Chain Rule** to calculate

$$\left.\frac{\partial w}{\partial u}\right|_{(u,v)=(0,0)} \qquad \text{and} \qquad \left.\frac{\partial w}{\partial v}\right|_{(u,v)=(0,0)}.$$

Let $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 3z^2$, $P_0 = (1, 1, 1)$ and $v = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$.

(b) [13p] Calculate the derivative of f at the point P_0 in the direction $\mathbf{v}$.
[HINT: $\mathbf{v}$ is not a unit vector.]

Soru 2 (Lagrange Multipliers)

English

I want to make a cuboid box of width x metres, depth y metres and height z metres. The volume of my box must be 60m^3.

The top of the box must be left open. The front and the base of the box must be made of metal. The other three sides must be made of plastic.

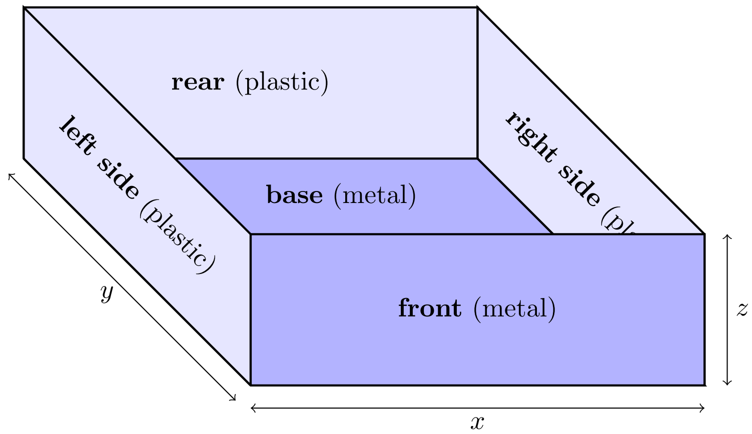
Metal costs 5 Turkish Lira per square metre. Plastic costs 1 Turkish Lira/m^2. Other than buying the materials, there are no other costs involved in making the box.

Türkçe

Genişliği x metre, derinliği y metre ve yüksekliği z metre olan küboid bir kutu yapmak istiyorum. Kutunun hacmi 60m^3 olmalı.

Kutunun üstü açık bırakılmalı. Kutunun ön yüzü ve tabanı metalden yapılmalı. Diğer üç yüzü plastikten yapılmalı.

Metalin metrekaresi 5 Türk Lirasina mal olmakta. Plastiğin maliyeti 1 Türk Lirasi/m^2 dir. Malzemelerin dışında kutuyu yapmak için başka bir maliyet yoktur.



I want to make the box as cheaply as possible.

[25p] **Use a Lagrange Multiplier** to find which dimensions (x, y and z) I should use.

Kutuyu mümkün olan en ucuz şekilde yapmak istiyorum.

[25p] **Lagrange Çarpanı'nı** kullanarak hangi boyutları (x, y ve z için) kullanmam gerektiğini bulunuz.

You should choose $x =$ metres, $y =$ metres, and $z =$ metres

Soru 3 (Substitutions in Multiple Integrals) Let R be the region bounded by the lines $y = -\frac{3}{2}x + 1$, $y = -\frac{3}{2}x + 3$, $y = -\frac{x}{4}$ and $y = -\frac{x}{4} + 1$.

[25p] Use the transformation

$$u = 3x + 2y \quad \text{and} \quad v = x + 4y,$$

to calculate

$$\iint_R \left(3x^2 + 14xy + 8y^2\right) dxdy.$$

[HINT: $uv = ?$]

Soru 4 (Double Integrals) Let $g : (0, \infty) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be defined by

$$g(x, y) = \tfrac{3}{2} e^{\left(\frac{y}{\sqrt{x}}\right)}.$$

Let $R \subseteq \mathbb{R}^2$ be the region bounded by the curves $x = 1$, $x = 4$ and $x = y^2$.

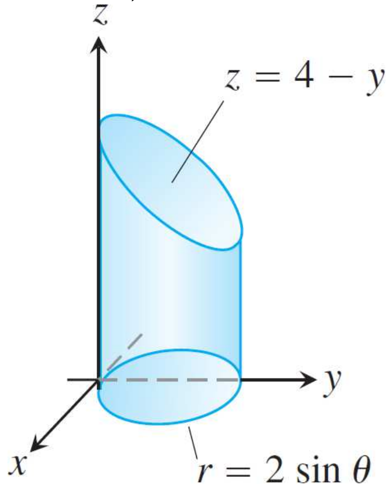
(a) [5p] Sketch R.

(b) [20p] Calculate

$$\iint_R g \; dA.$$

Soru 5 (Cylindrical Polar Coordinates) Let $D \subseteq \mathbb{R}^3$ be the region shown below.

$x = r\cos\theta$
$y = r\sin\theta$
$z = z$



[25p] **Use a triple integral** to calculate the volume of D.

[HINT: $\int_0^\pi \sin^2\theta \; d\theta = \frac{1}{2}\pi$ and $\int_0^\pi \sin^4\theta \; d\theta = \frac{3}{8}\pi$.]